Метод интервалов в 9 классе: от понимания алгоритма к успешной сдаче ОГЭ. Методические находки и анализ типичных ошибок

Автор: Учитель математики Кутыркина Елена Николаевна

Уважаемые коллеги! В курсе алгебры основной школы тема «Неравенства с одной переменной и их системы» занимает важнейшее место. Согласно действующей Федеральной рабочей программе (ФРП) основного общего образования, именно в 9 классе происходит качественный скачок: от графического решения квадратных неравенств (через эскиз параболы) учащиеся переходят к мощному и универсальному аналитическому инструменту — **методу интервалов**.

Метод интервалов — это венец темы неравенств в 9 классе. Его прочное усвоение не только гарантирует успешное выполнение базового задания №13 в ОГЭ, но и открывает двери к получению баллов за задание второй части №20 (решение дробно-рациональных неравенств), а в будущем — служит фундаментом для решения сложных неравенств профильного ЕГЭ в 11 классе.

Как учитель с многолетним стажем, я часто наблюдаю, что механическое заучивание алгоритма без понимания его сути приводит к досадным ошибкам. В этой статье я хочу поделиться своей системой работы над этой темой.

Место темы в ФРП и логика введения понятия

Согласно ФРП, изучение метода интервалов опирается на предварительно сформированные навыки: разложение многочлена на множители и нахождение нулей функции.

Я всегда начинаю объяснение с создания проблемной ситуации. Предлагаю ученикам решить неравенство вида: $(x-2)(x+3)>0$. Они легко решают его, представляя график квадратичной функции (параболу ветвями вверх). А затем я добавляю всего одну скобку: $(x-2)(x+3)(x-5)>0$. Возникает проблема: графиком является кубическая парабола, строить которую они еще не умеют. Здесь и рождается потребность в новом, универсальном методе, который опирается не на визуализацию графика, а на **свойство непрерывной функции сохранять знак на промежутках между своими нулями**.

Универсальный пошаговый алгоритм

Для учащихся 9 класса крайне важна четкая, структурированная инструкция. В моей практике отлично работает следующий алгоритм из 5 шагов:

Шаг 1. Приведение к стандартному виду. В правой части неравенства обязательно должен быть ноль (переносим все влево). Левую часть

необходимо максимально разложить на линейные множители (вынесение за скобки, формулы сокращенного умножения, корни квадратного трехчлена).

Шаг 2. Нахождение нулей числителя и знаменателя. Приравниваем каждую скобку к нулю. На этом этапе я категорически требую от детей писать фразу: *«Найдем нули функции...»* или выписывать ОДЗ (знаменатель □= 0).

Шаг 3. Нанесение точек на числовую прямую. Здесь кроется первая группа ошибок. Я учу детей правилу:

- Точки из **знаменателя** — *ВСЕГДА выколотые* (пустые), независимо от знака неравенства. На ноль делить нельзя!
- Точки из **числителя** зависят от знака: при строгом неравенстве ($>,<$) — выколотые, при нестрогом ($\geq,\leq$) — закрашенные.

Шаг 4. Определение знаков на интервалах. Классический подход — подстановка пробной точки из каждого интервала. Однако для экономии времени мы используем правило старшего коэффициента. Если во всех скобках перед x стоит знак «плюс», то в крайнем правом интервале всегда будет «плюс». Далее знаки чередуются.

Шаг 5. Запись ответа. Штрихуем нужные интервалы: если неравенство >0 — штрихуем интервалы с плюсом, если <0 — с минусом. Записываем ответ в виде объединения промежутков, строго контролируя круглые и квадратные скобки.

Подводные камни и методические секреты (из опыта работы)

Несмотря на кажущуюся простоту алгоритма, на практике мы сталкиваемся с рядом устойчивых трудностей. Разберем их и способы преодоления.

1. Проблема «минуса» перед X

Частая ошибка возникает в неравенствах вида $(3-x)(x+2)>0$. Ученики по привычке ставят в крайнем правом интервале «плюс», забывая, что перед иксом в первой скобке стоит минус. *Мой совет:* Строго приучайте детей избавляться от отрицательных коэффициентов перед x до начала применения метода интервалов. В данном случае нужно умножить обе части неравенства на -1, *обязательно поменяв знак самого неравенства на противоположный*: $(x-3)(x+2)<0$. После этого стандартное правило чередования знаков работает безотказно.

2. Кратность корней («правило четной степени»)

Это самое сложное место в 9 классе (часто встречается в задании №20 ОГЭ). Что делать, если скобка в квадрате? Например: $(x-1)2(x+4)\leq 0$. Здесь правило

простого чередования дает сбой. Корень $x=1$ встречается 2 раза (четное количество). *Методическая находка:* Я использую визуальный прием «лепесток» (или «флажок»). Над точкой, корень которой имеет четную кратность (в квадрате, в 4-й степени), мы рисуем небольшой значок (флажок или петельку). Это сигнал для мозга ученика: **«Внимание! При переходе через эту точку знак НЕ меняется!»**. Если справа был плюс, то и слева останется плюс.

3. Потеря изолированной точки (ловушка нестрогого неравенства)

Вернемся к предыдущему примеру: $(x-1)2(x+4)\leq 0$. Расставив знаки (-, +, +), ученик видит знак ≤ 0 и штрихует интервал $(-\infty;-4]$. И пишет это в ответ. Но точка $x=1$ — закрашенная! В ней выражение равно нулю, что удовлетворяет условию ≤ 0. *Мой совет:* Я ввожу правило «проверки черных точек». Перед тем как записать окончательный ответ, ученик должен посмотреть на числовую прямую и задать себе вопрос: *«Все ли закрашенные (черные) точки вошли в мой ответ?»*. Если точка стоит отдельно от заштрихованной области, она добавляется в ответ в фигурных скобках: $(-\infty;-4]\cup\{1\}$.

Связь с ОГЭ

Внедряя метод интервалов, мы работаем на перспективу. В базовой части ОГЭ (№13) часто встречаются задания, где метод интервалов избыточен (обычные квадратные неравенства), но я требую от сильных учеников решать их именно методом интервалов для тренировки.

В задании №20 метод интервалов — единственный рациональный путь. Я акцентирую внимание учащихся на правильном оформлении: эксперты ОГЭ снимают баллы за отсутствие пояснений. Обязательно должна быть фраза «Решим неравенство методом интервалов», должна быть начерчена ось с подписанной переменной (обычно x), правильно расставлены знаки и соблюдено соответствие между закрашенными точками и квадратными скобками в ответе.

Заключение

Метод интервалов — это красивая, логичная и мощная математическая модель. Главная задача учителя при реализации требований ФРП в 9 классе — добиться от учеников осознанного применения каждого шага алгоритма.

Понимание того, почему выкалывается точка знаменателя, почему не меняется знак при четной степени и как влияет старший коэффициент, превращает школьника из пассивного исполнителя в уверенного пользователя математического аппарата. А это, в свою очередь, является залогом высоких результатов как на итоговой аттестации, так и в дальнейшем изучении математического анализа в старшей школе.